Eötvös Loránd Tudományegyetem, Természettudományi Kar

Juhász Péter

MTA SZTAKI

Magyarországi topográfiai térképek vetületének torzulási vizsgálata

doktori értekezés tézisei

Budapest, 2008.

Témavezető:

Györffy János

kandidátus, egyetemi docens

Földtudományi Doktori Iskola

Vezetője: Dr. Monostori Miklós D.Sc, egyetemi tanár

Térképész program

Programvezető: Dr. Klinghammer István CMHAS, egyetemi tanár

Tartalomjegyzék

1. Előzmények, célok

A polgári topográfiai térképezés kezdeteitől fogva Magyarország területén mindig korszerű módszereket alkalmaztak. Elsőként használták 1865-ben a Gauss ötlete alapján kidolgozott kettős vetítést. A kettős vetítés lényege, hogy első lépésben az ellipszoid felületéről egy szögtartó leképezéssel (ún. szögtartó gömbvetülettel) térünk át a gömbre, majd a gömbről egy megfelelő gömbi vetületet alkalmazva képezünk a síkba. Kezdetben Magyarországon a második lépést sztereografikus projekcióval valósították meg. A 20. század elején bevezették a hengervetületek alkalmazását, ez is rendkívül haladó szellemű változtatás volt. 1975-től kezdve pedig az ország adottságainak megfelelő, korszerű alapfelületű vetületi rendszert, az EOV-t rendszeresítették.

Még 1908-ban fogalmazta meg Fasching Antal, hogy kívánatos lenne, ha a topográfiai térképeken sehol sem lépne fel 1/10 000-nél nagyobb eltérés az 1-től a lineármodulus értékében. A lineármodulus a mérőszáma annak, hogy egy adott vetület esetén, egy adott pontban mekkora a hossztorzulás. Ha az adott pontban torzulásmentes a vetület, akkor értéke 1, hossznagyobbodás esetén nagyobb 1-nél, hosszrövidülés esetén pedig kisebb.

Szögtartó vetületek esetében a torzulási viszonyokat jól át tudjuk tekinteni pusztán a hossztorzulás ismeretében. Nyilván szögtorzulás nem lép fel. Ezen kívül más vetületekkel ellentétben a szögtartó vetületeknél a lineármodulus nem függ az iránytól, és a területtorzulási modulust a lineármodulus négyzete adja.

Ezért csak a hossztorzulási viszonyokat vizsgáljuk, és arra kell törekednünk, hogy a lineármodulus 1-től való eltérésének a maximuma minél kisebb legyen az ábrázolt területen.

A célkitűzések között szerepelt, hogy a Magyarországon használt polgári vetületi rendszereket optimalizáljam ebből a szempontból, illetve egy-két nemzetközileg is használt rendszert megvizsgáljak ilyen szemszögből. Valamint általában választ kapni arra, hogy az ország jelenlegi területén elérhető-e az 1/10 000-es elvárás.

2. Alkalmazott módszerek

Három nagyobb részre bontottam a kutatásokat. Először megvizsgáltam a valaha Magyarországon alkalmazott topográfiai vetületeket, ezt követően pedig nemzetközileg alkalmazott vetületek esetén vizsgáltam meg a kérdést. Végül pedig igyekeztem egy teljesen új vetületet kreálni, ami a lehető legjobb torzulási viszonyokkal szolgál.

A disszertációban a hossztorzulás szempontjából optimalizálom a vetületeket. Egy vetület hossztorzulási viszonyait egy számmal jellemzem. Tekintem a vizsgált terület (esetünkben Magyarország) összes pontjában a lineármodulus értékét, és megnézem, hogy a lineármodulus értéke hol tér el a legnagyobb mértékben az 1-től. Ez az eltérés fogja jellemezni a vetületet. Ezt a számot az f vetület esetén ξ_f^*-fel jelölöm.

Ilymódon két vetületet objektív módon is össze tudok hasonlítani, amelyikre a ξ^* érték kisebb, azt tekintem jobb vetületnek a hossztorzulás szempontjából.

Mivel a vetületi egyenletek, illetve a lineármodulus számításának képlete meglehetősen bonyolult, így az optimalizálást numerikus módszerekkel végeztem.

A szükséges számítások elvégzéséhez egy saját szoftvert fejlesztettem. A szoftver a gömbvetületek optimalizálására is alkalmas, illetve a tárgyalt vetületek esetében ezzel kerestem meg a legkedvezőbb paraméterértékeket. A szoftver tetszőleges pontbeli torzulást is tud számolni, és az izovonalas térképeket is elkészíti.

A számításokhoz szükségem, volt egy ponthalmazra az alapfelületeken (Bessel-ellipszoid, IUGG'67 ellipszoid, WGS'84 ellipszoid), amely alapján meghatározom ξ^* értékét. Ez a ponthalmaz az országhatárt nagyon jól közelítő poligon csúcsaiból áll, illetve az ország belső területén egy sűrű hálózat pontjaiból. Az éppen vizsgált vetület esetén minden pontban kiszámítom a lineármodulus értékét, majd ezen értékek közül veszem az 1-től való eltérés maximumát.

Minden vizsgált esetben elkészítettem a hossztorzulások izovonalas térképét. Ezeken a térképeken jól látható, hogy az adott vetület mely területeken szolgál nagyon kedvező torzulási viszonyokkal, illetve hol haladja meg jelentős mértékben az elfogadható értéket.

Mivel többváltozós függvények szélsőértékeinek meghatározása a feladat, ezért egy erre a célra kialakított hatékony algoritmust, az ún. „downhill simplex" módszert alkalmaztam az optimumok megtalálására. A módszer pontos leírása megtalálható az értekezésben.

3. A kutatás menete

A Hotine-féle vetületet leszámítva minden vizsgált vetület kettős vetítést alkalmaz. Ezért először a gömbvetületeket optimalizáltam, azaz a konkrét forgási ellipszoidtól függően meghatároztam a legkedvezőbb érintő paralelkör szélességét.

Ezt követően megvizsgáltam a sztereografikus vetületet, az EOV-t, a Lambert-féle szögtartó kúpvetületet, a Hotine-féle vetületet. Minden vetületnek vannak olyan paraméterei (redukciós konstans, segédföldrajzi koordinátarendszer középpontja stb.), amelyek alapvetően nem változtatják meg a vetület szerkezetét, de a torzulási viszonyokat jelentős mértékben befolyásolhatják.

A sztereografikus vetület esetében a következő eseteket vizsgáltam meg: csak a redukciós konstanst módosítjuk; a redukciós konstanson kívül a vetületi kezdőpont szélességét is módosítjuk (a középpont a gellérthegyi meridiánon marad); teljes optimalizálás, a redukciós konstanst és a vetületi kezdőpont mindkét földrajzi koordinátáját optimalizáljuk

A sztereografikus projekció ellipszoidi változatát is optimalizáltam. Nem hozott jobb eredményt a kettős vetítésnél.

A Lambert-féle szögtartó kúpvetület esetén először a normális elhelyezést vizsgáltam, mind „érintő", mind „metsző" helyzetben. Majd ugyanezt tettem ferdetengelyű elhelyezés esetén is.

Az EOV esetén három paraméter módosítható, a redukciós konstans, illetve a vetületi kezdőpont két koordinátája. A teljes optimalizálás nagyon jó eredményt ad, azonban ekkor az ország középső területén nem teljesül az

1/10 000-es kritérium. Ezért itt is vizsgáltam egyéb eseteket is: ha nem módosítjuk a vetületi kezdőpontot; ha nem módosítjuk a redukciós konstanst; illetve javasoltam két egyéb paraméterezési lehetőséget is, amiknek gyakorlati felhasználása is elképzelhető.

A Hotine-féle vetület esetén is 3 paraméter értéke választható meg szabadon, a redukciós konstans, a vetületi kezdőpont szélessége, illetve a vetületi középvonal azimutja. Ezek alapján négy esetet különböztettem meg, amelyek a redukciós konstans és az azimut rögzítésének, illetve optimalizálásának kombinációjaként adódnak.

Végül pedig egy új módszert alkalmaztam komplex polinomok felhasználásával. Először az ellipszoid alapfelületről kettős vetítést alkalmazva, sztereografikus projekcióval térünk át szögtartó módon a síkba. Majd az így kapott képpontot egy komplex számnak tekintve, egy komplex polinomfüggvényt alkalmaztam. Az optimalizálás paramétereit a polinom együtthatói adják. Ezzel a módszerrel sikerült a legjobb ξ^* értéket elérni.

A disszertáció tartalmazza Csebisev tételét és annak bizonyítását, mely egy adott terület optimális szögtartó vetületét karakterizálja. Ez eddig magyarul nem jelent meg, és érdemes a topográfiai felhasználásán elgondolkodni.

4. Tézisek

1. Készítettem egy szoftvert, amely alkalmas a gömbvetületek, kettős vetítést alkalmazó vetületek, és ellipszoidi vetületek optimalizálására. Egy adott vetület esetén tetszőleges pontban kiszámítja a lineármodulus értékét, illetve izovonalas térképet képes készíteni a torzulási viszonyokról. Különböző, Magyarországon használt ellipszoidi alapfelületek között tud átszámítást végezni, nem geodéziai pontossággal, de optimalizálási feladatokhoz kellően kis hibával.

2. A gömbvetületek optimalizálása során megállapítottam, hogy minimális mértékben lehet csak javítani a torzulási viszonyokat, így a gyakorlati felhasználás során ezek normálparalelkörét nem érdemes megváltoztatni. Már csak azért sem, mivel a kettős vetítést alkalmazó vetületek esetében a gömbvetület okozta torzulások két nagyságrenddel kisebbek, mint a kettős vetítés második lépésében alkalmazott vetület okozta torzulás.

3. A sztereografikus vetület tetszőleges paraméterezése esetén sem lehet a ξ^* értékét 2/10 000 alá szorítani. Azonban az optimálisan paraméterezett változattal 40%-ára csökkenthető ez az érték.

4. A más országok gyakorlatában alkalmazott vetületek közül a Lambert-féle szögtartó kúpvetülettel érhető el a legjobb eredmény, ferdetengelyű, metsző elhelyezés esetén. Ekkor $\xi^* = 1,109/10\ 000$. Normális elhelyezés esetén is a mai vetületekhez képest nagyon kedvező $\xi^* = 1,54/10\ 000$ érhető el.

5. Az EOV esetén ξ^* értéke a paraméterek megváltoztatásával 1,12/10 000-re csökkenthető, ami a jelenlegi paraméterekkel adódó érték felénél is kevesebb.

   Az EOV paramétereit alkalmasan megválasztva készíthető olyan vetület, amely esetén az ország területének túlnyomó részén ξ értéke kisebb, mint $0,5/10\ 000$, ami nagyon kedvező.

   A térinformatikában az EOV közelítésére olykor használt Hotine-féle vetület is paraméterezhető olymódon, hogy ξ^* értéke nem haladja meg az 1,12/10 000-et.

6. A sztereografikus vetületet komplex polinommal komponálva ismét szögtartó vetületet kapunk, hiszen a holomorf komplex függvények szögtartóan képezik le a síkot a síkra. Ezzel a módszerrel sikerült olyan vetületet létrehoznom, amelynél ξ^* értéke 1,052/10 000, ami mindössze 5%-kal haladja meg a Fasching által megfogalmazott küszöbértéket.

5. Következtetések

A vizsgálataim pusztán elméleti jellegűek, mert nem vizsgáltam a hossztorzulási viszonyokon kívül a topográfiai vetületekkel szemben támasztott követelményeket. Így ezek az eredmények nem feltétlenül jelentik azt, hogy az optimális vetületeket alkalmazni lehet, illetve kell. A vizsgálatok azonban azt bizonyítják, hogy topográfiai vetület bevezetése esetén ma már feltétlenül szükséges a korszerű optimalizálás, hiszen lényegesen javíthatók a torzulási viszonyok úgy, hogy a vetület alapvető szerkezete nem változik.

A redukciós konstans optimális megválasztása a legfontosabb, hiszen már ezzel is jelentős mértékben javíthatunk, és ez nem változtatja meg a térkép rajzolatát, csak a méretarányát.

A mai viszonyok között, ahol számítógép segítségével komplikált vetületi egyenletek is könnyedén alkalmazhatók, érdemes a többi paraméter legjobb értékének megválasztását is előtérbe helyezni.

A legegyszerűbb módon alkalmaztam komplex függvénytani eszközöket, és ennek ellenére sikerült nagyon megközelíteni az 1/10 000-es határt. Ennek alapján arra következtetek, hogy még hatékonyabb módszerekkel, nagyobb számítási kapacitással megvalósítható Fasching kívánsága.

6. Hivatkozások

[1] Lev M. Bugayevskiy, John P. Snyder: *Map Projections - A Reference Manual*

Taylor&Francis, 1995., London

[2] Pafnutyij Csebisev: *Sur la construction des cartes géographiques*

Saint Petersbourg, 1856.

[3] Fasching Antal: *A magyar országos háromszögelések és részletes felmérések új vetületi rendszerei*

A M. Kir. Pénzügyminisztérium megbízásából kiadta Fasching Antal, 1909., Budapest

[4] Györffy János: *Rendszeres vetülettan*

`http://mercator.elte.hu/~gyorffy/jegyzete/jegyzete.html`

[5] Hazay István: *Földi vetületek*

Akadémiai Kiadó, 1954., Budapest

[6] Martin Hotine: *The orthometric projection of the spheroid*

Empire Survey Review 9., 1947.

[7] Mezőgazdasági és Élelmezésügyi Minisztérium Országos Földügyi és Térképészet Hivatal: *Vetületi Szabályzat az Egységes Országos Vetületi Rendszer alkalmazására*

Szabályzat, 1975., Budapest

[8] John Milnor: *A Problem in Cartography*

The American Mathematical Monthly, Vol 76., No. 10., 1969.

[9] Nelder, J. A., Mead, R.: *A Simplex Method for Function Minimization*

Computer Journal Vol 7., pp 308-313., 1965.

[10] Petruska György: *Komplex függvénytan*

Tankönyvkiadó, Budapest, 1992.

[11] Stegena Lajos: *Vetülettan*

Tankönyviadó, 1988., Budapest

[12] Varga József: *A Lambert-féle szögtartó kúpvetületről*

Geodézia és Kartográfia, 35(1)

[13] Varga József: *A vetületnélküli rendszerektől az UTM-ig*

`http://www.agt.bme.hu/staff_h/varga/Osszes/Dok3uj.htm`

A témában megjelent saját publikáció

Juhász Péter: *Ferdetengelyű szögtartó hengervetületek hossztorzulásának vizsgálata*, Geodézia és Kartográfia, 2007. 10-11. szám